

MATEMATICA ÎN ARTĂ

Geometrie, armonie și proporție în atelierul artistului

PEDRO MIGUEL GONZÁLEZ URBANEJA

Traducere de Maria-Cristina Montanari

CUPRINS

Capitolul 0

Maestrii Renașterii: Piero della Francesca, Luca Pacioli, Leonardo da Vinci și Albrecht Dürer	7
Piero della Francesca: geometria ca sursă de inspirație, fundament, argument și instrument al operei artistice	9
<i>Armonia corpurilor geometrice în pictură</i>	12
Luca Pacioli, maestru și scriitor pentru artiști	14
<i>Luca Pacioli: Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita</i>	16
Leonardo da Vinci: matematica – instrument și fundament al artei	20
<i>Leonardo: matematica pe post de experiență</i>	22
Albrecht Dürer, artist și matematician	26

Capitolul 1

Armonia proporțiilor. Științele matematice în arte	33
Cosmos și armonie pitagorice	34
<i>Numărul 10 după școala pitagoreică</i>	36
Armonia muzicală pitagoreică	38
<i>Pitagora și armonia muzicală în Școala din Atena</i>	40
<i>Medii pitagorice și proporții muzicale</i>	43
Proporțiile figurii umane ale lui Vitruvius	44
Armonie, frumusețe și proporție în Renaștere: Alberti, Palladio, Dürer, Barbaro	51
Armonia pitagoreică în artă	53

Capitolul 2

Proporțiile comensurabile: consonanțele muzicale în artă	57
Harmonia est discordia concors	60
Generația albertiană a proporțiilor	62
<i>Biserica Santa Maria Novella de Leon Battista Alberti</i>	64
Zorzi și Palladio: San Francesco della Vigna	66

Capitolul 3

Proporțiile incommensurabile: proporția divină și pentagrama pitagoreică

Dreptunghiul de aur și spiralele de aur	77
<i>Demonstrație a iraționalității secțiunii de aur</i>	78
<i>Divina proporție</i> de Luca Pacioli	81
<i>Divina proporție și atributele divinității după Luca Pacioli</i>	82
<i>Venerația pentru dodecaedru</i>	86
Proporția divină în frumusețe și în artă	88
Proporții de aur în piramida lui Keops	90
Proporția divină în Partenonul Atenei	92
Secțiunea de aur în opera lui Leonardo	92
Pentagrama mistică pitagoreică și simbolismul său	94

Capitolul 4

Geometria în arhitectura lui Gaudí

Natura ca sursă de inspirație	100
Gaudí și filosofia frumuseții	102
<i>Gaudí: un arhitect în serviciul artei</i>	103
Rădăcinile mistice ale artei	104
Ideile geometrice	105
Înțelepciunea geometrică	121

Capitolul 5

Alegerea imaginilor semnificative pentru matematica în artă

<i>Botezul lui Cristos</i> de Piero della Francesca	123
Primul portret al unui matematician	128
<i>Școala din Atena</i> de Raffaello	131
<i>Melancolia I</i> , gravură de Dürer	139

Bibliografie recomandată

Capitolul 0

Maeștrii Renașterii: Piero della Francesca, Luca Pacioli, Leonardo da Vinci și Albrecht Dürer

*Fiindcă geometria și arta măsurii sunt dreapta rațiune a întregii picturi,
mi-am propus din nou să o justific tuturor tinerilor cu neliști artistice.*
(Albrecht Dürer, *Predarea măsurii cu ajutorul compasului și al riglei*, 1471-1528)

Dacă, în cursul istoriei, matematica (mai ales cea pitagorică și platonice) a exercitat o influență semnificativă asupra artei, vârful acestui fenomen se atinge în epoca renașcentistă grație așa-zișilor „artiști matematici” și a celor care au studiat și au teoretizat arta în general. După unii artiști ai Renașterii, poliedrele, de exemplu, constituiau modele optime pentru studiile asupra perspectivei. După părerea altora, înglobau o puternică componentă mistică și simbolică, precum și profunde idei filosofice. În acest sens, asocierea făcută de Platon, în *Timeo*, între cele cinci corpuri – tetraedrul, octaedrul, hexaedrul, icosaedrul și dodecaedrul – numite și „corpuri platonice”, și respectiv cele patru elemente – focul, aerul, pământul și apa – și Univers, va deveni obiect al unei lungi serii de considerații în timpul Renașterii, favorizată de întoarcerea studiilor platonice promovate în Academia neoplatonică din Florența, fondată de Cosimo de Medici în 1459, care, sub direcția lui Marsilio Ficino, își propusese restaurarea platonismului ca religie filosofică.

Pentru artistul renașcentist, a ajunge la sursele pitagorice, euclidiene și platonice echivala cu formarea matematică, științifică, tehnică și culturală a unui actual profesionist, astfel încât artistul îndeplinește un rol de intelectual umanist, capabil să depășească sfera strict

LIBRIS | We know books

artizanală și să se transforme în artist rațional, chemat să reprezinte realitatea diversă, plecând de la principiile geometrice, tehnicile artistice și de la ideile filosofice. În fuziunea artei cu știința și cu filosofia, pe de o parte, și cunoștințele clasice și renașcentiste, pe de alta, artistul – la fel ca omul de știință și ca filosoful – vine admis în cercul intelectualilor, astfel încât artele plastice, odinioară legate de mecanică, se ridică la același rang intelectual al „artelor liberale”; în consecință, pe lângă a da formă percepției prin simțuri, artistul va trebui să urmărească ideea mediatoare unui dialog mental, îndeplinind un proces gradual de raționalizare a artei.

Mulți artiști renașcentiști considerau esențial studiul proiecțiilor poliedrelor regulate deasupra unui plan, o parte absolut necesară în formarea tehnică a pictorului. De fapt, studiul multiplelor aspecte relative la poliedre este motiv de laudă pentru anumite opere teoretice și didactice de notorietate, scrise de artiști și de cercetători ai artei. Totuși, dincolo de aprofundarea naturii lor geometrice, grație noilor descoperiri matematice, artiști și teoreticieni care au trăit în Renaștere, readuc la viață acele minunate corpuri pitagorico-platonice, care, din simple corpuri, obiecte de studiu strict teoretic, devin ulterior minunate elemente decorative și splendide obiecte născute dintr-un proiect artistic exemplar.

În capitolul 0 ne vom ocupa în principal de cercetări, de lucrări și de concepte din matematică legate de lumea artei, care au fost dezvoltate de patru mari protagoniști ai Renașterii: Piero della Francesca, Luca Pacioli, Leonardo da Vinci și Albrecht Dürer. Acești erudiți matematicieni și artiști renașcentiști s-au întâlnit, fie în chip de maestru, fie în chip de discipol. Piero della Francesca l-a învățat științele matematicii pe Luca Pacioli, iar de la acesta le-a asimilat Leonardo, în timp ce Dürer le-a învățat de la toți trei, mai mult sau mai puțin direct.

Gânditorii și artiștii iluștri mai sus-menționați nu se limitează să folosească arta matematicii utile sau practice, considerând, de asemenea, aspectele filosofice ale disciplinei – cunoștințele matematice – precum

și datorită cunoștințelor lor geometrico-artistice, vorbim astăzi de *artă, geometrie* și de *gândire*.

Piero della Francesca: geometria ca sursă de inspirație, fundament, argument și instrument al operei artistice

Piero della Francesca (1416-1492) a fost un promotor original al Renașterii. Puțini ca el au știut să elaboreze o operă atât de pătrunsă de o idee geometrică a frumuseții. Pe lângă a fi un artist excepțional, Piero della Francesca era dotat cu o intuiție genială pentru matematică, care se continua într-o perfectă armonie a două pasiuni: arta și geometria. Așadar, artistul abordează pictura cu o vocație personală; în adâncul ființei sale, el crede că în geometrie ar sta adevărata esență a esteticii.

Ilustrul biograf al artiștilor Renașterii, Giorgio Vasari scrie despre Piero della Francesca, în faimoasa lui carte *Viețile a mai multor pictori, sculptori și arhitecți excelenți*:

Îl așteptă pe Pietro în tinerețea lui la matematici, și încă acum că este cu cincisprezece ani în urmă ca pictor, nu s-a mai retras din acelea [...] [Așa sunt cărțile lui Pietro], care pe merit și-a dobândit numele de cel mai bun arhitect. [...] A fost Pietro, așa cum se spune, foarte studios în ale artei. [...] Și s-a dedicat astfel perspectivei, și a avut o bună cunoaștere a lui Euclid, așa încât toate cercurile cele mai reușite, trasate în corpurile regulate, el le-a înțeles mai bine decât orice alt arhitect. [...] Vă sunt păstrate unele scrieri ale sale despre lucruri de geometrie și de perspective, în care nu a fost mai prejos decât niciunul din vremea lui.

Piero della Francesca a scris tratate de matematică semnificative: *De prospectiva pingendi* (1474, *Despre perspectiva picturii*), *Trattato dell'abaco e Libellus de quinque corporibus regularibus* (1485, *Satiră asupra celor cinci corpuri regulate*), printre alte texte care au ajuns la noi și care îi sunt atribuite, după cum mărturisește Vasari.

Stilul matematic al acestor scrieri este legat de tradiția matematicii practice, tipică pentru momentul istoric, caracterizată prin enumerarea unor lungi serii de modele exemplare foarte elaborate. În acea vreme, niciunul dintre aceste texte nu a fost publicat cu numele real al autorului; din contră, circulau în manuscrise, care au sfârșit prin a exercita o mare influență, deoarece au fost incluse în publicațiile altor matematicieni. În acest scop, trebuie punctat faptul că o bună parte din aritmetica din *Trattato dell'abaco* este prezentă în opera lui Luca Pacioli, intitulată *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita*, în timp ce studiul său despre poliedre va fi plagiat în *Divina proportione*, aparținând tot lui Pacioli.

Textul lui Piero della Francesca *De prospectiva pingendi* este prima operă asupra perspectivei în pictură, aplicată nu numai peisajelor sau arhitecturii interioarelor, ci și figurii umane. În prima parte se introduc bazele fundamentale ale perspectivei și cerințele legate de ele, pentru a desena pe un plan figuri geometrice în trei dimensiuni, considerând așa-zisul „con de radiație” (format de trei raze care pleacă de la ochi către diverse obiecte), care, apoi, intersectat cu planul în chestiune, duce la determinarea poziției diferitelor obiecte pe planul în perspectivă. În a doua parte a tratatului, se ia în calcul proiecția pe un plan și, sub diverse unghiuri, a celor cinci poliedre regulate. Și în a treia parte, tema este aceeași, dar, de data aceasta, aplicată la poliedre neregulate. *De prospectiva pingendi* constituie un tratat de mare interes pentru pictori, dar posedă, de asemenea, mare valoare inițiatică pentru pasionații de matematică, deoarece în acesta apar pentru prima dată unele principii ale geometriei proiective și ale geometriei descriptive. Iar opera este utilă, de asemenea, cu scop formativ, întrucât transmite cititorului interesat de artă sau de matematică noțiuni graduale și soluția la chestiuni și la probleme practice din ce în ce mai dificile, în mod metodic și sistematic, cu ajutorul riglei și al compasului. Grație acestei lucrări, se poate recunoaște în Piero della Francesca unul dintre precursorii desenului tehnic modern, considerând „perspectiva axonometrică” un sistem

de reprezentare grafică ce constă în a reprezenta elemente geometrice pe un plan, printr-o proiecție paralelă, relativă la trei axe ortogonale, conservând proporțiile relative în fiecare dintre cele trei direcții ale spațiului: înălțime, lățime și lungime. Printre problemele rezolvate de Piero della Francesca se numără și calculul volumului boltei și elaborarea arhitectonică pentru a construi cupole.

Piero della Francesca reia chestiuni vechi ale tradiției platonico-pitagorice, dându-și seama că poliedrele sunt modele ideale pentru studii asupra perspectivei, foarte utile artiștilor, și decide astfel să aprofundeze studiul lor geometric care va deveni tratatul ilustrat asupra poliedrelor cel mai complex din întreaga Renaștere, deja citatul *Libellus de quinque corporibus regularibus*, unde propune soluția multor probleme de natură practică.

Opera începe după cum urmează:

Corpurile dotate cu laturi se pot insera perfect în corpul sferic, atingând cu toate unghiurile lor suprafața sferei. Dar sunt doar cinci corpuri regulate, adică cele care au laturi și baze egale. Primul este cel al celor patru baze triunghiulare [...], al cincilea este cel cu douăzeci de baze triunghiulare. Îmi propun din nou să demonstrez cantitatea și dimensiunile acestor corpuri cu numere, rădăcini și cu binomi [...].

Pe această temă voi scrie trei mici tratate. În primul va fi vorba despre laturi și despre suprafața bazelor, în al doilea, despre corpurile dotate cu laturi (regulate) și despre suprafețele și cuadraturile lor, în al treilea, despre corpurile conținute unul câte unul și puțin despre sferă, dacă Dumnezeu vrea etc.¹

În prima parte a lucrării *Libellus*, Piero della Francesca analizează în mod aproape complet, prin cincizeci și cinci de probleme practice, cu date numerice, multe proprietăți ale poligoanelor care pot fi fețe ale poliedrelor regulate (triunghiuri, pătrate și pentagoane). În a doua

¹ Luca Pacioli, *La Divina Proporción*, Losada, Buenos Aires, 1946, p. 187.

ARMONIA CORPURILOR GEOMETRICE ÎN PICTURĂ

Piero della Francesca se formase în același timp ca matematician și ca pictor. O asemenea caracteristică originală identifică pictura sa cu perspectiva, presărând cu geometrie toată arta sa. Dincolo de varietatea formelor, a acțiunilor și a emoțiilor umane, artistul-matematician se dedică profundeii armonii a corpurilor geometrice, frumuseții intrinsece a formelor simple, a proporțiilor și a simetriilor lor.

Chiar dacă a fost unul dintre pictorii renumiți ai lumii, artistul, care în vremea sa a propus perspectiva și spațiul, raporturile matematice ale corpurilor și proporțiile ființei umane și ale naturii, știința și culoarea, marele „simbol care precede modernitatea” (după Malraux), a murit orb la 12 octombrie 1492, cu toate că s-a simțit întotdeauna „sănătos la minte, la intelect și la corp”.



Figura 1. Portretul lui Piero della Francesca de Giorgio Vasari.

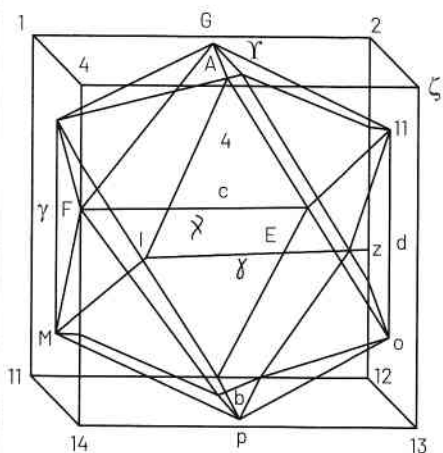
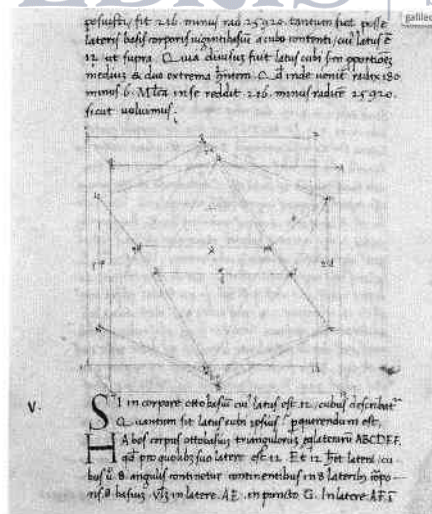


Figura 2. Imaginea reprezintă o înscriere originală a unui icosaedru într-un cub, astfel încât vârfurile icosaedrului sunt situate pe fețele cubului. În *Libellus*, Piero della Francesca aprofundează studiul asupra metodelor pentru a trece direct sau indirect de la anumite corpuri platonice la altele, limitând în multiple moduri diferite poliedre, dintre care unele studiate de Matila Ghyka (*Estetica proporțiilor în natură și în arte*, Gallimard, 1927, cap. 3) și de Robert Lawlor (*Geometria sacră: Filosofie și practică*, Londra, Thames & Hudson, 1989, cap. 10).

parte, reflectă, cu treizeci și șapte de probleme practice însoțite de date numerice, asupra chestiunilor euclidiene tipice și asupra fiecărui solid platonice, în mod special asupra problemelor echivalente cu propunerile de la XIII.13 la XIII.17 ale *Elementelor* lui Euclid, care pun în relație colțurile cu diametrul sferei circumscrișe ca și alte probleme care pun în relație unghiurile poliedrilor cu axele lor, și aceste două lungimi (unghiuri și axe) cu volumul. Piero della Francesca s-a dovedit un expert autentic în a pune în relație diferite corpuri platonice; în obținerea unora din altele și în înscrierea lor succesivă. Treisprezece probleme sunt dedicate ansamblului acestor chestiuni în a treia parte din *Libellus*, care începe cu aceste cuvinte: „Acum, în acest al treilea

LIBRIS | We know books

tratat, [...] voi vorbi despre cantitatea laturilor unor astfel de corpuri, înscrise unele în altele, și câte stau în fiecare dintre ele”. Astfel, pe lângă evidențierea primei diferențe dintre poligoanele regulate și poliedrele regulate, referitor la numărul lor (în timp ce numărul de poligoane regulate în plan este infinit, cel al poliedrelor regulate în spațiu sunt în număr de numai cinci), Piero della Francesca face, de asemenea, o altă distincție netă între cele două tipuri de figuri geometrice: în timp ce în plan, triunghiul, pătratul și pentagonul, de exemplu, sunt independente între ele din punct de vedere geometric și algebric, cele cinci poliedre regulate au strânse limitări structurale. Printre acestea, cea de bază se numește „dualitate poliedrică” conform căreia: „Poliedrul ale cărui vârfuri sunt centri ale fețelor unui corp platonice este platonice și el”. Și, de asemenea: „Corpul determinat de planurile tangente în unghiuri la sfera circumscrisă de un corp platonice este platonice și el”. Un poliedru și relativul dual au același număr de laturi și satisfac și faptul că numărul de fețe al unuia este egal cu numărul de unghiuri al celuilalt.

Luca Pacioli, maestru și scriitor pentru artiști

Luca Pacioli (1447-1517) este unul din matematicienii eminente ai Renașterii. Este, fără îndoială, matematicianul complet al epocii sale, dat fiind faptul că a reușit să adune și să asimileze numeroasele tradiții matematice, atât pe cele clasice, cât și pe cele medievale și renescentiste, precum și să le unifice într-o operă științifică prestigioasă care, chiar dacă nu este printre cele originale, s-a demonstrat oricum prețioasă în calitate de culegere enciclopedică a culturii matematice contemporane. Vorbim despre *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita*, mai cunoscută ca *Summa*, tipărită la Veneția în 1494.

Luca Pacioli scrisese textul cu scop didactic, ca o operă sistematică și organică a ansamblului de noțiuni diferite din toate științele matematice pure și aplicate în epocă: aritmetica teoretică și practică, inclusiv matematica comercială și geometria teoretică, cu proiecție



Figura 3. Statui ale lui Piero della Francesca și Luca Pacioli, ridicate în orașele lor natale, astăzi Sansepolcro, în provincia Arezzo.

fundamentală a *Elementelor* lui Euclid și în mod special a teoriei sale a proporției, a maximei importanțe pentru studiile geometrice ale artiștilor și pentru alte chestiuni practice ale matematicii, inclusiv studiile trigonometrice la originile lor.

Pentru Luca Pacioli, diferitele științe matematice se așază la primul nivel de certitudine, de aceea, declară entuziast de mai multe ori că, pe lângă a fi fundamentul tuturor celorlalte științe, în termeni practici aduc mari beneficii în studiul filosofiei, a legilor, a teologiei, a religiei, și mai ales tuturor artelor: arhitectură, pictură, sculptură, muzică, chiar și pentru scrierea literelor alfabetului. Cu o asemenea atitudine, Luca Pacioli a ajuns să exprime o puternică vocație pentru învățământ și pentru predarea matematicii, fie ea pură sau aplicată, astfel încât în toate textele sale se regăsesc nu doar speculații

LUCA PACIOLI: SUMMA DE ARITHMETICA, GEOMETRIA, PROPORTIONI ET PROPORTIONALITA

Operă publicată la Veneția în 1494 de Paganino Paganini, *Summa* a fost redactată ca operă organică cu scopul de a expune în mod enciclopedic, sistematic, interesant și original, ansamblul științelor matematice pure și aplicate, cele care se cunoșteau în acea vreme.

În text, Pacioli exaltă importanța matematicii pentru toate artele și științele, pentru filosofie și „artele mecanice”, pentru care Arhimede a reușit să se distingă în Antichitate. Partea introductivă merită, fără îndoială, o lectură atentă. După o parte de aritmetică, Pacioli dezvoltă teoria proporției, pe care o recapitulează de mai multe ori, în lungile sale disertații, deoarece este tema sa predilectă care va fi centrul operei sale principale, *Divina Proportione*.

Începe cu un rezumat istoric de autori, de la Platon, și continuă cu umănitiile de la Academia platonice din Florența, fără să uite de Nicola Cusano și de alți oameni de știință, filosofi și artiști. Apoi face referiri exhaustive la artă, unde proporția este „mamă și regină”. După părerea lui Pacioli, perspectiva lineară și amestecul corespunzător de culori dau posibilitatea pictorului să reprezinte în mod adecvat corpul uman. Și aici îl menționează pe Piero della Francesca, aducându-i laude, ca unui adevărat creator al unei perspective „pe care el a citit-o bine și a studiat-o cu atenție”. În continuare, opera se ocupă de arhitectură și aici amintește cu emfază că edificiilor le-au

științifice și didactice, dar și un mare număr de elucubrații, observații, argumente și justificări atinse în lecțiile pe care le-a ținut în cursul lungerii sale cariere de profesor în diferite institute academice din Italia.

În ceea ce privește matematica, eruditul toscan suferise clar influența lui Piero della Francesca; cei doi se întâlneau frecvent în vizitele acestuia din urmă la Sansepolco, care era ținutul natal al amândurora. Acest lucru le-a dat posibilitatea să lege o strânsă prietenie și l-a condus pe Luca Pacioli să asiste la lecțiile de matematică ale artistului,